3) $O_1=f(O)$; $O_2=f(O_1)$

a) $f=r_{(I,\frac{2\pi}{3})}$ $f\circ f=r_{(I,\frac{4\pi}{3})}$ et $f\circ f\circ f=r_{(I,2\pi)}=id_P \Rightarrow f\circ f\circ f(O)=O \Rightarrow f\circ f(O_1)=O \Rightarrow f(O_2)=O$

b)

$$\begin{cases} f(O)=O_1 \\ f(O_1)=O_2 \end{cases} \Rightarrow OO_1=O_1O_2$$

$$\begin{cases} f(O_1)=O_2 \\ f(O_2)=O \end{cases} \Rightarrow O_1O_2=OO_2$$

D'où $OO_1=O_1O_2=OO_2$ par suite le triangle OO_1O_2 est équilatéral

* $f(O_1)=O_2 \Rightarrow IO_1=IO_2$ or $OO_1=OO_2$ D'où $(OI)=med[O_1O_2]$

4) $r=r_{(O,\frac{2\pi}{3})}$ $g=f\circ r\circ f$

a) $g=r_{(I,\frac{2\pi}{3})}\circ r_{(O,\frac{2\pi}{3})}\circ r_{(I,\frac{2\pi}{3})}$

$r_{(I,\frac{2\pi}{3})}\circ r_{(O,\frac{2\pi}{3})}$ est une rotation d'angle $\frac{4\pi}{3}$ $(\frac{2\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}=\frac{4\pi}{3}\neq 0(2\pi))$

$\frac{4\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}\equiv 0(2\pi)$ d'où g est une translation

$g(O_2)=f\circ r\circ f(O_2)=f\circ r(O)=f(O)=O_1$

* d'où $g=t_{\overrightarrow{O_2O_1}}$

b) O : le centre du cercle circonscrit au triangle ABC

d'où $\begin{cases} OB=OC \\ et \\ (\widehat{\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}})\equiv 2(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})(2\pi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OB=OC \\ (\widehat{\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}})\equiv \frac{2\pi}{3}(2\pi) \end{cases} \Rightarrow r(B)=C$

* $g(P)=f\circ r\circ f(P)=f\circ r(B)=f(C)=Q$

c) $g=t_{\overrightarrow{O_2O_1}}$

$g(P)=Q \Leftrightarrow \overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{O_2O_1}$

d'où $(PQ)//(O_1O_2)$

or $(OI)\perp(O_1O_2)$ car $(OI)=med[O_1O_2]$

d'où $(PQ)//(OI)$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn